

# Оценка разрешения величин диэлектрической и магнитной проницаемостей соседних слоев многослойных магнитодиэлектрических покрытий методом поверхностных электромагнитных волн путем имитационного моделирования

А. И. Казьмин, email: alek-kazmin@yandex.ru

П. А. Федюнин, email: fpa1@yandex.ru

В.А. Манин, email: fanni.05@mail.ru

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина»  
(г. Воронеж)

***Аннотация.** Представлены результаты исследования, подтверждающие высокую эффективность применения поверхностных электромагнитных волн СВЧ диапазона для оценки электрофизических параметров многослойных магнитодиэлектрических покрытий. Обоснован и введен статистический предел разрешения соседних слоев многослойных магнитодиэлектрических покрытий методом поверхностных электромагнитных волн, что позволяет оценить метод в возможности различения двух близких величин комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей соседних слоев в многослойном покрытии.*

***Ключевые слова:** Многослойное магнитодиэлектрическое покрытие, метод поверхностных электромагнитных волн, комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости, оценка, предел статистического разрешения, имитационная модель*

## Введение

Многослойные магнитодиэлектрические покрытия (ММДП) широко применяются в различных областях науки и техники при работе в сверхвысокочастотном (СВЧ) диапазоне. Эффективность таких покрытий определяется их электрофизическими и геометрическими параметрами (ЭФГП). Таким образом, разработка новых методов оценки ЭФГП многослойных ММДП является актуальной научной задачей [1].

Особенностью измерения ЭФГП ММДП заключается в том, что измерения необходимо проводить в диапазоне частот, в котором работает покрытие. При этом важно оценить, как меняются ЭФГП по поверхности исследуемого образца в ходе его эксплуатации. Исходя из этого, метод должен обеспечивать односторонний доступ к объекту контроля с высокой локальностью и точностью контроля.

В [1] показано, что повышение эффективности контроля ЭФГП и оценки дефектов ММДП возможно путем применения поверхностных электромагнитных волн (ПЭМВ) СВЧ диапазона. В качестве информативного параметра при этом измеряется не продольная постоянная распространения  $\gamma$ , а связанная с ней величина – поперечное волновое число, характеризующее распределение поля ПЭМВ в свободном пространстве по нормали к поверхности покрытия – комплексный коэффициент ослабления поля ПЭМВ  $\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)$ , где  $\xi_n = \dot{\epsilon}_n, \dots, \dot{\epsilon}_N, \dot{\mu}_n, \dots, \dot{\mu}_N, t_n, \dots, t_N$ ,  $\dot{\epsilon}_n, \dots, \dot{\epsilon}_N, \dot{\mu}_n, \dots, \dot{\mu}_N$  – комплексные относительные диэлектрические и магнитные проницаемости слоев;  $t_n, \dots, t_N$  – толщины слоёв N-слойного ММДП.

### 1. Метод оценки электрофизических параметров многослойных магнитоэлектрических покрытий с использованием поверхностных электромагнитных волн

На рис. 1 приведена геометрия многослойного ММДП с диэлектрическими и магнитными потерями, размещенного на металлической подложке.

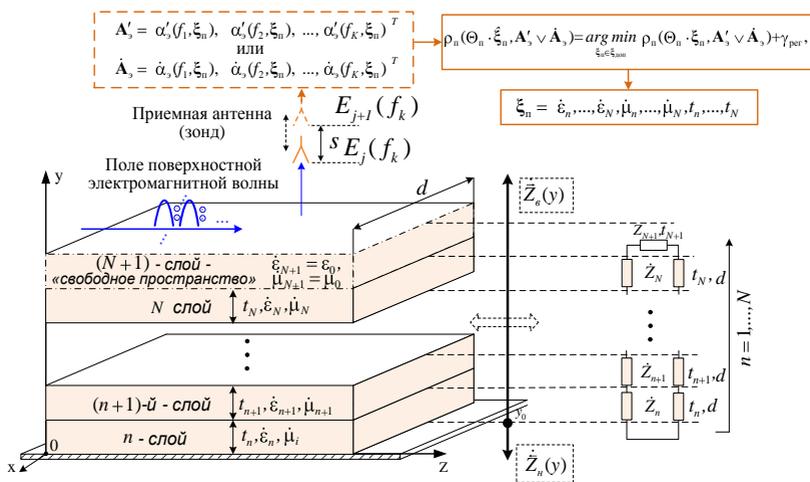


Рис. 1. Геометрия многослойного ММДП на металлической подложке

Разработанный в [1] метод заключается в оценке ЭФГП многослойных ММДП по частотной зависимости комплексного коэффициента ослабления поля ПЭМВ, возбуждаемой в исследуемом

образце, на основе решения нелинейных уравнений, путем минимизации целевых функций, построенных как функционалы от невязок между экспериментальными коэффициентами ослабления  $\dot{\alpha}_s(f_k, \xi_n)$  и теоретическими значениями  $\dot{\alpha}_T(f_k, \xi_n)$ , вычисляемыми в ходе минимизации по модели частотной зависимости коэффициента ослабления поля ПЭМВ многослойных РППМ.

Оценка ЭФГП сводится к поиску максимума совместной плотности распределения вероятностей (МСПРВ) экспериментальных коэффициентов ослабления поля ПЭМВ на К-частотах. Функция логарифмического правдоподобия экспериментального коэффициента ослабления для оценки максимума совместной плотности распределения вероятностей на К-частотах имеет следующий вид [1]:

$$L(\mathbf{A}_s; \xi_1) = -K \ln(\sqrt{\pi N_0}) - \frac{K}{N_0} |\mathbf{A}_s - \mathbf{A}_T|^2, \quad (1)$$

где  $\mathbf{A}_s$  и  $\mathbf{A}_T$  – вектор-столбцы, со следующими компонентами:

$$\mathbf{A}_s = \dot{\alpha}_s(f_1, \xi_1), \dot{\alpha}_s(f_2, \xi_1), \dots, \dot{\alpha}_s(f_K, \xi_1)^T,$$

$$\mathbf{A}_T = \dot{\alpha}_T(f_1, \xi_1), \dot{\alpha}_T(f_2, \xi_1), \dots, \dot{\alpha}_T(f_K, \xi_1)^T,$$

где  $N_0$  – общая мощность шума, присутствующего в измерении,  $N_0 = 2\sigma_k^2$ ,  $\sigma_k^2$  – дисперсия аддитивного некоррелированного гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием, присутствующего в измерении.

Модель частотной зависимости коэффициента ослабления поля ПЭМВ многослойных ММДП представляет собой дисперсионное уравнение для ПЭМВ E- или H-типов  $D \dot{\alpha}_T(f_k, \xi_1)$  в многослойных ММДП, позволяющее однозначно определять частотную зависимость комплексного коэффициента ослабления поля ПЭМВ  $\dot{\alpha}_T = \dot{\alpha}_T(f_1, \xi_1), \dot{\alpha}_T(f_2, \xi_1), \dots, \dot{\alpha}_T(f_K, \xi_1)^T$ , при задании вектора ЭФГП  $\xi_1 = \dot{\epsilon}_n, \dots, \dot{\epsilon}_N, \dot{\mu}_n, \dots, \dot{\mu}_N, t_n, \dots, t_N$  и частоты  $f_k$ . В соответствии с [1] итоговое дисперсионное уравнение для многослойного РППМ может быть представлено в следующем виде:

$$D \dot{\alpha}_T(f_k, \xi_1); f_k \equiv Z_n, \dots, N+1 = 0, \quad (2)$$

где  $Z(n, n+1)$  – характеристическое сопротивление n-слоя покрытия, нагруженного на характеристическое сопротивление n+1-слоя

покрытия;  $Z_n$  – характеристическое сопротивление  $n$ -слоя покрытия;  $Z_{n+1}$  – характеристическое сопротивление  $n+1$ -слоя покрытия и т.д. для всех слоев многослойного РППМ.

Отличие величин комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей соседних слоев  $n$  и  $n+1$  будем характеризовать относительными коэффициентами различия (КР) измеряемых величин  $\varepsilon'_n, \varepsilon'_{n+1}, \varepsilon''_n, \varepsilon''_{n+1}, \mu'_n, \mu'_{n+1}, \mu''_n$  и  $\mu''_{n+1}$ : две пары коэффициентов, характеризующих отличие между собой комплексных диэлектрических проницаемостей ( $\lambda_{\varepsilon'}$  и  $\lambda_{\varepsilon''}$ ) и пара коэффициентов, характеризующих отличие комплексных магнитных проницаемостей ( $\lambda_{\mu'}$  и  $\lambda_{\mu''}$ ):

$$\lambda_{\varepsilon'} = \left| 1 - \frac{\varepsilon'_n}{\varepsilon'_{n+1}} \right|; \lambda_{\varepsilon''} = \left| 1 - \frac{\varepsilon''_n}{\varepsilon''_{n+1}} \right|; \lambda_{\mu'} = \left| 1 - \frac{\mu'_n}{\mu'_{n+1}} \right|; \lambda_{\mu''} = \left| 1 - \frac{\mu''_n}{\mu''_{n+1}} \right|, \quad (3)$$

где  $\varepsilon'_n, \varepsilon'_{n+1}$  и  $\varepsilon''_n, \varepsilon''_{n+1}$  – действительные и мнимые части комплексной диэлектрической проницаемости  $n$  и  $n+1$  слоев многослойного ММДП;  $\mu'_n, \mu'_{n+1}, \mu''_n$  и  $\mu''_{n+1}$  – действительные и мнимые части комплексной магнитной проницаемости  $n$  и  $n+1$  слоев многослойного ММДП.

Таким образом, оценка статистического предела разрешения может быть сведена к оценке минимальных значений КР  $\lambda_{\varepsilon'}, \lambda_{\varepsilon''}, \lambda_{\mu'},$  и  $\lambda_{\mu''}$ .

Для оценки величины  $\lambda$  примем, что оно принимает конечный дискретный набор возможных значений  $\lambda \in \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ , при этом,  $\lambda_1 = 0$  и соответствует случаю, когда параметры соседних слоев равны между собой ( $\varepsilon'_n = \varepsilon'_{n+1}$  или  $\mu'_n = \mu'_{n+1}$ ). При этом, для достоверной оценки статистического предела разрешения число оценок  $\lambda$  –  $N$  должно быть достаточно велико (например,  $N=1000$  и более).

Средняя квадратическая ошибка  $\Delta$  по всем возможным значениям коэффициента КР (задаваемым значениям)  $\lambda \in \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  представим следующим образом:

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\lambda_n - \lambda_n|^2, \quad (4)$$

где  $\lambda_n$  –  $n$ -величина коэффициента КР, полученная при минимизации целевой функции (2.33).

Для доверительной вероятности  $p$ ,  $0 \leq p \leq 1$ , полученной оценки  $\Delta$ , нижний предел статистического разрешения  $\nu$  можно представить в следующем виде:

$$\nu = \sqrt{2\zeta} \sqrt{\Delta}, \quad (5)$$

где  $p$  – вероятность того, что фактическая величина КР  $\lambda$  лежит в пределах разрешения вокруг предполагаемой величины  $\lambda$ , значение  $\zeta$  определяется путем решения уравнения:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x-\zeta}^{x+\zeta} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (6)$$

где  $x = (\lambda_n - \bar{\lambda}_n) / \sigma_{\lambda}$ ;  $\zeta$  – квантиль нормального распределения.

## 2. Имитационное моделирование оценки статистического предела разрешения

Для численных исследований была разработана имитационная модель в системе Matlab [2]. Модель реализована в виде трех основных подпрограмм: подпрограммы, реализующей модели частотных зависимостей коэффициентов ослабления поля ПЭМВ многослойных ММДП, подпрограммы, реализующей решение нелинейных дисперсионных уравнений путем минимизации целевых функций и подпрограммы ее минимизации.

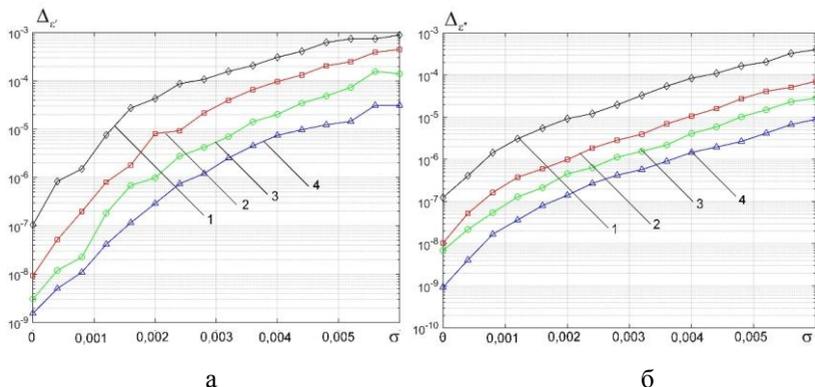
В качестве примера проведем оценку статистического предела разрешения для комплексной диэлектрической проницаемости соседних слоев на примере двухслойного ММДП на основе разработанной методики. Для моделирования экспериментальных коэффициентов ослабления  $\hat{\alpha}_T(f_k, \xi_1)$  к теоретическим значениям  $\alpha_T(f_k, \xi_1)$  был добавлен аддитивный некоррелированный гауссовский шум со средним квадратическим отклонением (СКО)  $\sigma(\hat{\alpha}_T(f_k, \xi_1)) = \sqrt{N_0 / 2}$ . Моделирование осуществлялось для двухслойного покрытия при следующих значениях диэлектрической и магнитной проницаемостей слоев:

–  $\hat{\epsilon}_n$  изменяли от значения  $\hat{\epsilon}_n = 2.6 - j.5$  до значения диэлектрической проницаемости второго слоя  $\hat{\epsilon}_{n+1} = 2.5 - j.4$  с шагом по диэлектрической проницаемости 0,001 (в (4)  $N=1000$  значений);

–  $\hat{\mu}_n$  слоев было фиксированным и составляло  $\mu_n = 2.3 - j.2.7$ .

Численные исследования проводили для полосы частот измерений  $\Delta_f = 9 - 13.5$  ГГц. На рис. 2 приведены зависимости средних квадратов

ошибок  $\Delta_{\varepsilon'}$ ,  $\Delta_{\varepsilon''}$ , оценки КР  $\lambda_{\varepsilon'}$ ,  $\lambda_{\varepsilon''}$ , при возрастании значений СКО уровня шума, при фиксированной ширине полосе частот измерений  $\Delta_f = 9 - 13,5 \text{ ГГц}$ , при увеличении количества частот измерений:  $K_1 = 10$ ,  $K_2 = 16$ ,  $K_3 = 19$ .



*а – средние квадраты ошибок для  $\Delta_{\varepsilon'}$ ; б – средние квадраты ошибок для  $\Delta_{\varepsilon''}$*

*Рис. 2. Зависимости средних квадратов ошибок  $\Delta_{\varepsilon'}$  (а),  $\Delta_{\varepsilon''}$  (б)*

*оценки КР  $\lambda_{\varepsilon'}$ ,  $\lambda_{\varepsilon''}$ , соответственно, при возрастании значений СКО уровня шума, при увеличении количества частот измерений*

*(1 –  $\Delta_f = 9 - 13,5 \text{ ГГц}$ ,  $f_{k+1} - f_k = 1125 \text{ МГц}$ ,  $K = 5$  ;*

*2 –  $\Delta_f = 9 - 13,5 \text{ ГГц}$ ,  $f_{k+1} - f_k = 500 \text{ МГц}$ ,  $K = 10$  ;*

*3 –  $\Delta_f = 9 - 13,5 \text{ ГГц}$ ,  $f_{k+1} - f_k = 300 \text{ МГц}$ ,  $K = 16$  ;*

*4 –  $\Delta_f = 9 - 13,5 \text{ ГГц}$ ,  $f_{k+1} - f_k = 250 \text{ МГц}$ ,  $K = 19$  ).*

Анализ зависимостей рис. 2 показывает, что средние квадраты ошибок  $\Delta_{\varepsilon'}$  и  $\Delta_{\varepsilon''}$  оценки величин КР  $\lambda_{\varepsilon'}$  и  $\lambda_{\varepsilon''}$  увеличиваются при возрастании СКО уровня шума, уменьшении ширины полосы частот измерений и количества частот измерений. Проведенные численные эксперименты показали, что при ширине полосы частот измерений  $\Delta_f = 9 - 13,5 \text{ ГГц}$  предельный прирост повышения точности обеспечивается при измерениях на 18–22 частотах.

В целом, относительная погрешность оценок КР, при ширине полосы частот измерений  $\Delta_f = 9 - 13,5 \text{ ГГц}$  и СКО уровня шума 0,002–

0,003 не превышает 10 %, при доверительной вероятности 0,95. Погрешности оценок толщины при этом не превышают 5 % вплоть до значения СКО уровня шума 0,006.

На основании полученных зависимостей оценок средних квадратов ошибок  $\Delta_{\varepsilon'}$ ,  $\Delta_{\varepsilon''}$  оценивали статистический предел разрешения  $\nu \cdot 100\%$  КР  $\lambda_{\varepsilon'}$  и  $\lambda_{\varepsilon''}$ , как функцию от значений доверительной вероятности.

На рис. 3 приведены зависимости предела разрешения КР  $\lambda_{\varepsilon'}$  и  $\lambda_{\varepsilon''}$  для СКО уровня шума  $\sigma(\alpha'(f_k, \xi_1))=0,002$  и  $\sigma(\alpha'(f_k, \xi_1))=0,006$ , для ширины полосы частот измерений  $\Delta f = 9^{-1} 13,5$  ГГц при измерениях на  $K=19$  частотах.

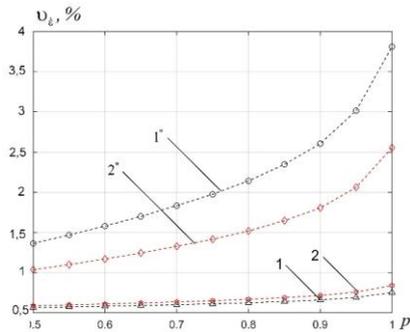


Рис. 3. Зависимость предела разрешения КР  $\lambda_{\varepsilon'}$  и  $\lambda_{\varepsilon''}$ , от доверительной вероятности (1, 2 —  $\sigma=0,002$ ; 1\*, 2\* —  $\sigma=0,006$ )

Анализ зависимостей рис. 3 показывает, что с увеличением СКО уровня шума разрешение уменьшается для всех значений доверительной вероятности. Это в основном связано с тем, что  $\Delta_{\lambda}$  монотонно возрастает при возрастании СКО уровня шума (рисунок 2.2). Анализ зависимостей рис. 3 показывает, что при доверительной вероятности 0,95 минимально достижимые значения коэффициента  $\lambda_{\varepsilon'}$  составляют около 0,67 % и 2 %, при СКО уровня шума 0,002 и 0,006, соответственно, для коэффициента  $\lambda_{\varepsilon''}$  0,6 % и 3 %, соответственно. Уменьшение СКО уровня шума с 0,006 до 0,002 обеспечивает увеличение разрешения в 8–9 раз. Таким образом, если требуется увеличить разрешение необходимо уменьшать уровень шума в измерительных данных (повышать точности оценок коэффициентов ослабления), либо проводить измерения в более широкой полосе частот

измерений с использованием большого количества фиксированных частот.

### **Заключение**

Обоснован и введен статистический предел разрешения величин комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей соседних слоев в многослойном ММДП, т.е. минимальной разности диэлектрической и магнитной проницаемостей соседних слоев, которая может быть выявлена разработанным методом. Численные и натурные эксперименты показали, что метод может обеспечить их оценку при отличии друг от друга в 0,2–0,3 % и менее в полосе частот 9–13,5 ГГц.

### **Список литературы**

1. Казьмин, А.И. Методологические принципы определения электрофизических параметров материалов и покрытий со сложной внутренней структурой с помощью поверхностных электромагнитных волн / А.И. Казьмин // Дефектоскопия. –2022. – № 3. – С. 34–49.
2. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2021667214 Российская Федерация. Программа определения электрофизических и геометрических параметров многослойных радиопоглощающих и композиционных материалов и покрытий / Казьмин А.И. (РФ). №2021666173. Заявлен. 14.10.2021; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ Роспатента 26.10.2021 г.